

# 模糊強健控制在隔震橋梁之防震研究

葉根<sup>1</sup>、簡俊傑<sup>2</sup>

<sup>1</sup>德霖技術學院土木系 助理教授，<sup>2</sup> 德霖技術學院土木系 講師

## 摘要

橋梁在平時為溝通兩地生活與經濟之重要結構物，在地震或其他災害時，更是救災之重要維生線。若是其在地震中損毀，對生命、財產的損失，以及國家經濟及社會成本的衝擊將難以估計，為了解決此問題，新的耐震設計概念便以外加的設備來隔絕或吸收地震的能量，又土木結構物其建構材質並非均質，且一般隔震或消能系統的行為並非線性，故在設計控制器時會面臨到系統非線性與不確定性的問題。模糊控制是目前智慧控制其中的一種控制法，可處理非線性與不確定性的問題，結合滑動模態控制可確保系統穩定性，且可以大大減少模糊控制法則的數目。為使控制器具有學習的能力，故引進適應控制的觀念，藉著控制參數的自動調整，來達到克服系統參數未知或改變的困擾。本文發展出之適應性模糊滑動模態控制應用於裝置 LRB (Laminated Rubber Bearing) 之隔震橋樑上。本文將探討在結構物系統參數誤差與時間延遲時適應性模糊滑動模態控制之強健性。

關鍵詞：模態控制、LRB、時間延遲

## The research for Isolated-bridge with Fuzzy Robust Control

Ken Yeh<sup>1</sup>, Chun-Chieh Chien<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Assistant Professor, Department of Civil Engineering, De-Lin Institute of Technology

<sup>2</sup>Lecturer, Department of Civil Engineering, De-Lin Institute of Technology

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to apply fuzzy robust control for the structural control of buildings with LRB isolators. Combining the fuzzy control and robust control such as sliding mode control one can reduce the complexity of fuzzy rule bases. It also ensures the stability and robustness. The Lyapunov theory is used to develop the self-tuning law. Finally, stiffness uncertainty and time delay is utilized to illustrate the robustness of this proposed algorithm. The effectiveness of this algorithm is demonstrated by simulation results for El Centro earthquake. The simulations show that fuzzy robust control can achieve satisfactory results in the application of structural control for bridge with LRB isolators.

Keyword: fuzzy control, LRB, time delay

## 壹、緒論

新的耐震設計概念以外加的設備來隔絕或吸收地震的能量，隔震裝置主要利用基礎與地表間的柔性支承，延長結構系統的週期，隔絕地震能量進入上部結構，並提供阻尼降低位移。隔震不僅可使結構物本身的損害減輕，亦可使結構物內部的重要設施不受地震危害[1][2]。國外隔震橋梁採用以鉛心多層橡膠支承(LRB)比例最高，主要材料以軟鋼、鉛塊及鋼板加強之多層橡膠為主。但隔震結構一般會產生相當大的側向位移，對長週期的地震波，或隔震結構物建造在軟弱地盤上，易有發生共振的可能性。

所以橋梁裝置 LRB 隔震器會因過大的側向位移，產生落橋或上部結構因碰撞而破壞，為了避免橋梁因裝置 LRB 而損毀，所以必須另外裝置主動控制，此種主動控制結合被動系統（如隔震器）的控制法，由於裝置了隔震系統，所以主動控制器所需施加的控制力便可減少，如此可以減輕主動控制器的負擔，使主動控制器設計更經濟且更有效率[3]。不過在設計控制器時會面臨到系統非線性與不確定性的問題，尤其對土木結構物其建構材質並非均質，且一般隔震或消能系統的行為並非線性。

模糊控制便是眾多控制法中可處理非線性與不確定性的強健控制，不過模糊控制若完全由專家制定控制法則，對變數很多或是非常複雜的系統，人為訂定控制法則，可能會產生法則間互相矛盾、法則不具完備性，或者因變數數目很多，使得控制法則的數目亦隨之大量增加；另外過去傳統的模糊控制只探討控制的結果表現，並未對控制中一些理論上的問題如穩定性作過陳述，為了解決這些問題，所以必須將模糊控制與其他傳統的控制法作結合。滑動模態控制其依據系統特性與規格要求，選取不同的控制律，然後藉切換法則來達成設計目標，因為允許不同控制律的交互作用，所以滑動模態控制較一般固定結構控制律，更容易達成控制精度高且反應速度快的系統設計，這種控制的概念與模糊控制完全相同，所以模糊控制與滑動模態控制的結合[4]可以幫助模糊控制滿足傳統控制理論的一些要求，並且可以簡化模糊控制的變數個數，進而降低模糊控制控制法則的數目，所以二者所形成一新的控制法，即模糊滑動模態控制。模糊滑動模態控制比傳統的滑動模態控制控制又更具彈性，滑動模態控制以飽和函數可解決抖震(chattering)問題，不過其是以線性的變化率來輸出控制力，但是模糊滑動模態控制可因隸屬函數的定義位置不同，使得控制在不同狀況有不同的控制力變化率，達到更有效的控制。另外強健控制設計時必須假設系統參數變化範圍與外界干擾上限均為已知，但在許多已知應用系統中，這些變化範圍並不易估算，所以只得過估其不確定界(uncertain bounds)以確保滑動模態迫近條件成立。此問題本文提出以適應性模糊模態控制予以解決，雖然在初始時控制器先給予一個估計的上界，但經由以 Lyapunov 理論所推導出的調整法則(adaptive law)，調整以模糊邏輯系統(fuzzy logic system)為控制器架構中的結論部份隸屬函數的位置，不僅調整上界，對內部的各控制變數的隸屬函數亦同時予以調整，所以可以修正原先大略設計的控制器，使其更具控制效率。

最後本文發展出之適應性模糊滑動模態控制應用於裝置 LRB (Laminated Rubber Bearing)之隔震橋樑上。並探討在結構物系統參數誤差與時間延遲時適應性模糊滑動模態控制之強健性。

## 貳、理論與方法

假設橋梁以  $n$  個自由度的系統來模擬，以致動器產生控制力，當整個系統遭受地表加速度  $\ddot{x}_g$  時，其系統方程式為

$$M\ddot{Z}(t) + C\dot{Z}(t) + KZ(t) + \bar{H}f(t) = \bar{B}U(t) - M\bar{r}\ddot{x}_g \quad (1)$$

其中  $Z = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ， $x_i$  代表第  $i$  個元素相對於第  $i-1$  個元素的相對位移， $M$ 、 $K$  和  $C$  分別代表  $n \times n$  的質量、勁度和阻尼矩陣， $\bar{r}$  代表  $n$  維地震力的影響矩陣， $\bar{H}$  代表  $n$  維位置向量，以顯示隔震器裝設的位置， $\bar{B}$  代表  $n \times m$  的矩陣，顯示  $m$  個制動器設置的位置， $U(t)$  是致動器所產生的控制力， $f(t)$  為隔震器所產生的反應力。在本論文中有關 LRB 的動力行為，將以雙線性的模式模擬，為了控制器設計方便，(1) 式可改寫成一階狀態方程式如下

$$\dot{X}(t) = AX(t) - Hf(t) + BU(t) + E\ddot{x}_g \quad (2)$$

其中  $X = [Z^T \quad \dot{Z}^T]^T$  為  $2n$  維的向量且

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\bar{H} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\bar{B} \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{r} \end{bmatrix} \quad (3)$$

滑動模態控制的設計包括兩個步驟：1. 滑動面(切換超平面)的設計 2. 設計控制器使系統軌跡趨向滑動面。本文將以最佳滑動面設計法來設計滑動面。設系統的方程式形式改變如下

$$\dot{X} = AX + BU + F + W \quad (4)$$

其中  $X(t)$  為一  $n$  維狀態向量， $A$  是  $n \times n$  的系統矩陣， $F$  是包含所有系統的未知、不確定與非線性部份的  $n$  維向量， $W$  是外來的干擾  $n$  維向量。假設  $\{X / S(X) = 0\}$  是吾所選擇的滑動面，滑動面函數設為

$$S(X) = PX \quad (5)$$

其中  $P$  是  $m \times n$  的矩陣。當  $S(X(t)) = 0$ ， $t \geq t_0$ ， $t_0$  為某一特定時間，則系統在滑動模態，此時速度  $\dot{X}$  會切於滑動面。因此

$$\frac{d}{dt} S(X(t)) = P\dot{X} = 0 \quad (6)$$

在強健控制中包括滑動模態控制，系統方程式會如(4)式表示，以一個較簡單的名義模式(nominal model)作為代表，再加入一些代表不確定因素的項，以涵蓋名義模式未能描述的系統特性。當然，為求整體模式使用的方便性，代表不確定因素的部分通常也會經過簡化。在設計滑動面時，只

需考慮名義系統(nominal system)

$$\dot{X} = AX + BU \quad (7)$$

根據上述系統在滑動模態時，利用等效控制原理，結合(6)與(7)得

$$U_{eq} = -(PB)^{-1} PAX \quad (8)$$

最佳滑動面設計法[5]利用對狀態向量的二次函數積分之最小化

$$I = \int_0^{\infty} X^T Q X dt \quad (9)$$

滑動面既已設計完成，接下來便是設計一個控制器，使系統的軌跡往滑動面迫近，定義一 Lyapunov 函數  $V$

$$V = 0.5 S^T S \quad (10)$$

使  $t \rightarrow \infty$  產生滑動模態  $S=0$  的充分條件是

$$\dot{V} = S^T \dot{S} < -\eta \|S\| \quad (11)$$

其中  $\eta$  是正實數。 $\| \cdot \|$  代表 Euclidean norm。在(4)中  $F$  是包含所有系統的不確定與非線性部份的  $n$  維向量， $W$  是外來的干擾  $n$  維向量。一般系統參數與外在干擾無法完全確知，但是這些不確定性的範圍(bound)卻可知道，所以

$$\|F\| \leq \delta_F, \quad \|W\| \leq \delta_W \quad (12)$$

$\delta_F$  為不確定與非線性的上界， $\delta_W$  為外在干擾的上界。今令

$$U = U_{eq} - (\gamma + \eta) \text{sgn}(S^T PB)^T \quad (13)$$

其中  $\gamma = \|P\| \delta$ ,  $\delta = \delta_F + \delta_W$ ，則

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T P (AX + BU + BH + F + W) \\ &= S^T P (AX - B(PB)^{-1} PAX - B(\gamma + \eta) \text{sgn}(S^T PB)^T + BH + F + W) \\ &= S^T P (-B(\gamma + \eta) \text{sgn}(S^T PB)^T + BH + F + W) \\ &= S^T PB (-(\gamma + \eta) \text{sgn}(S^T PB)^T + H) + S^T P (F + W) \\ &\leq -\eta \|S^T PB\| - \gamma \|S^T PB\| + \|S^T PB\| \|H\| + S^T P (F + W) \\ &= -\eta \|S^T PB\| + \|S^T PB\| \|H\| - \gamma \|S^T PB\| (1 - (S^T P (F + W)) / \gamma \|S^T PB\|) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &< -(\eta - \|H\|) \|S^T P B\| \quad (\eta \geq \|H\|) \\ &< 0 \end{aligned}$$

所以令  $K = \eta + \gamma$ ，控制力  $U = U_{eq} - K \operatorname{sgn}(S^T P B)^T$ ，當下式成立時，系統將可維持穩定。為方便表示令  $\bar{s} = S^T P B$ 。

$$K \geq \eta + \|P\| \delta \quad (14)$$

以(13)式的控制力有一些缺點，由於其為不連續，且在滑動模態會快速切換，所以會激發系統的高頻的振態，模糊控制中輸出與輸入的關係，具有飽和非線性(saturation nonlinear)的特性，與滑動模態控制配合飽和函數的邊界層(boundary layer)相似，但滑動模態控制配合飽和函數邊界層的控制對滑動模態附近的上下邊界間，是線性的特性，但是模糊滑動模態控制對滑動模態附近的上下邊界間並不需是線性關係，其可以根據控制需求予以調整，表現出的特性是非線性的特性。

由模糊控制與滑動控制的結合。(13)的控制力可表為  $U = U_{eq} + u_f$ ，模糊推理(fuzzy inference)被用來於估算(13)中的第二部份，即  $u_f$ ，的範圍為  $[-K, K]$ ，使用的模糊控制法則如下形式：

若  $\bar{s}$  是  $PB$  且  $\dot{\bar{s}}$  是  $PB$ ，則  $u_f$  是  $NB$ 。

$PB$ ， $NB$  是模糊集合， $PB$  代表 “Positive Big”， $NB$  代表 “Negative Big”。

模糊推理機制用以獲得輸出  $u_f$ ，其表示式如下：

$$u_f = \frac{\sum_{i=1}^l w_i c_i}{\sum_{i=1}^l w_i} = \frac{[c_1 \dots c_l] \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_l \end{bmatrix}}{\sum_{i=1}^l w_i} = v^T \psi \quad (15)$$

其中  $l$  為控制法則的數目， $v = [c_1 \dots c_l]$  為一可調整的向量， $c_i$  為第  $i$  條控制法則結論部份控制變數的

隸屬函數中心位置， $\psi = \frac{[w_1 \dots w_l]}{\sum_{i=1}^l w_i}$  為控制法則的適用強度向量 (firing strength vector)。

未來要調整的參數，只有控制變數模糊集合的中心位置，這樣此問題便會是在參數上線性(linear in the parameters)，如此在調整的過程可以迅速且能找到最佳解。

從以上的敘述可以發現，不管滑動模態控制或模糊滑動模態控制一般須要知道不確定性的上界，因此，發展適應性模糊模態控制處理此不確定性估計過大的問題，並進而獲得最小的控制需求。近年來，利用可變結構控制系統強健性的特質所結合的適應控制系統[6~9]，即使沒有持續激發的條件，仍可獲得良好的強健性能與暫態追蹤反應，是一個解決傳統適應控制系統缺點的可行辦法。

所以本文將以直接適應控制與模糊滑動模態控制結合，並採用一個適當的 Lyapunov 函數，選擇適當的控制器與估測器，使 Lyapunov 函數能隨時間而遞減，確保系統誤差收斂至零，並維持閉迴路穩定。以下將推導適應性模糊滑動模態控制的控制參數之調整機制：

假設存在一  $\hat{u}_f$ ，其為最小的控制力且滿足滑動模態的條件(sliding mode condition)，由(15)  $\hat{u}_f$  可寫成

$$\hat{u}_f = \hat{v}^T \Psi$$

其中  $\hat{v}$  為可達到最小控制力時的最佳向量。

定義參數誤差向量如下

$$\tilde{v} = v - \hat{v} \quad (16)$$

對每一個控制器定義 Lyapunov 函數

$$V = \frac{1}{2} (s^2 + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \tilde{v}) \quad (17)$$

其中  $\alpha$  為一正實數。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s P b_i u_f + s P (F + W) + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \\ &= s P b_i (u_f - \hat{u}_f) + s P b_i \hat{u}_f + s P (F + W) + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \\ &= s P b_i (v - \hat{v}) \Psi + s P b_i \hat{u}_f + s P (F + W) + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \\ &= \hat{v}^T (\dot{\tilde{v}} + \alpha s P b_i \Psi) + s P b_i \hat{u}_f + s P (F + W) \\ &< -\eta_i |s P b_i| \quad (\hat{u}_f \text{ 滿足滑動模態的條件，並令 } \dot{\tilde{v}} = -\alpha s P b_i \Psi) \end{aligned}$$

最後可獲得控制參數向量的調整法則(adaptive law)

$$\dot{\tilde{v}} = -\alpha s P b_i \Psi \quad (18)$$

此調整法則將用以調整模糊控制法則之控制變數模糊集合的中心位置。下一節中將以所推導出之適應性模糊滑動模態控制，應用於 LRB 隔震形式的橋梁控制上。

## 參、結果與討論

### 一、結果

適應性模糊滑動模態控制在本節將應用於控制橋梁遭受地震的反應，驗證的例子為兩跨的連續橋梁見圖 1。驗證的橋梁各部份名義值(nominal value)分別為：橋面板(deck)的質量為 770 ton，橋柱(pier)的質量為 128 ton，橋柱的勁度為 3.1e5 kn/m，阻尼比為 0.02。橋梁所受的地震為最大加速度值 0.3 g 的 El Centro，LRB 的行為假設為雙線性，LRB 彈性勁度的名義值為 9.6kn/mm，降伏勁度的名義值為 1.968kn/mm，降伏力名義值為 79.2kn，控制器以最佳滑動面設計法求取滑動面

函數，權重矩陣 $Q$ 是對角矩陣，其中元素分別為 $Q_{11}=1000$ ， $Q_{22}=10$ ，與 $Q_{33}=Q_{44}=1$ ，最後可得滑動面函數為 $-2.53\dot{x}_1 + 3.39\dot{x}_2 + 9.92e-3\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0$ ， $x_1$ 是橋柱相對於地表的位移， $x_2$ 是橋面板相對於橋柱的位移。爲了驗證適應性模糊滑動模態控制的強健性，同樣將分別測試改變橋梁各單元的勁度 $\pm 40\%$ 與 $60\text{ ms}$ 時間延遲時，適應性模糊滑動模態控制的控制情況。對所有反應的最大值都列於表1。裝置LRB支承橋梁無參數誤差時，橋面板相對位移、LRB剪力-變位關係圖、分別見圖2~3。經由驗證結果顯示適應性模糊模態控制不僅對無參數誤差與無時間延遲的狀況，具有良好控制的效果，對存在參數誤差與時間延遲，控制器仍然有效。除了橋面板的相對位移具有抑制的效果外，同時亦能有效降低橋面板的絕對加速度與橋柱的剪力。由圖表顯示，由對參數誤差與時間延遲的檢驗，所以本控制法具強健性，而且控制力均維持於 $12\%$ 橋面板重量以下，故其能適用於實際的應用中。

## 二、結論

本文以強健控制之形式，發展適應性模糊滑動模態控制，對不確定性與非線性以邊界之上界予以描述，如此可解決系統因非線性、不確定性或過於複雜而使控制器不易設計之問題。又本文之適應性模糊滑動模態控制提供控制器調整能力，可使工程師在先前以保守設計，經實地使用後再對控制器參數進行調整。

## 參考文獻

1. Gooddrz, L.S. and Tadjbakhsh, I.G., "A comparative study of performances of various base isolation system, part I: shear beam structure," *Earthquake Engineering and structure Dynamics*, vol. 18, no. 1, pp.11-32, 1989
2. Skinner, R. I., Robinson, W.H., and Mcverry, G.H., *An introduction to seismic isolation*, John Wiley & Son, 1993
3. Yang, J.N., Danielinus, A., and Lin, S.C., "Aseismic hybrid control systems for building structures", *ASCE, J. of Eng. Mech.*, Vol.117, No.4, pp.836-853, 1991
4. Yager, R.R., and Filev, D.P., *Essentials of fuzzy modeling and control*, Wiley, NY, 1994
5. Utkin, V. I., *Sliding modes in control optimization*, Springer-Verlag, NY, 1992
6. Hsu, L., "Variable structure model-reference adaptive control(VS-MRAC) using only input and output measurements: The general case," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-35, no.11, pp.1238-1243, 1990
7. Fu, L.C., "A robust method reference adaptive control using variable structure adaptation for a class of plants," *Automatica*, 28, pp.911-925, 1992
8. Chien, C.J. and Fu, L.C., "A new robust model reference control with improved performance for a class of multivariable unknown plants," *Int. J. of Adaptive Control and Singnal Processing*, 6, pp.69-93, 1992
9. Chien, C.J., Sun, K.C. Wu, A.C. and Fu, L.C., "A robust MARC using variable structure design for multivariable plants," *Automatica*, 32, pp.833-848, 1996

## 圖表彙整

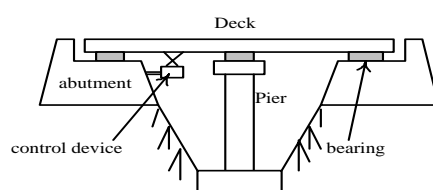


圖 1 兩跨的連續橋梁

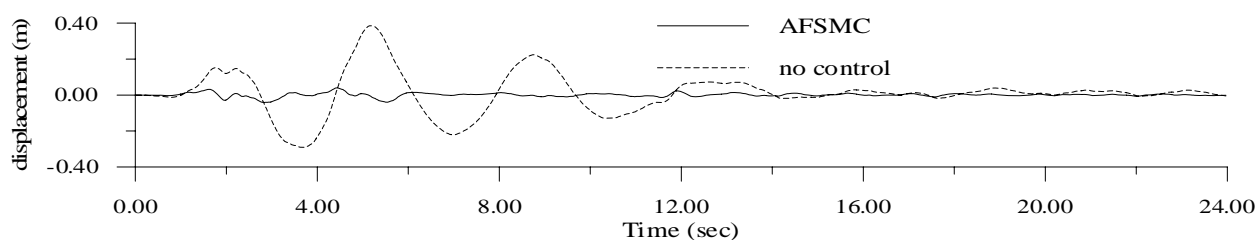


圖 2 裝置 LRB 支承橋梁無參數誤差時，橋面板相對位移歷時圖



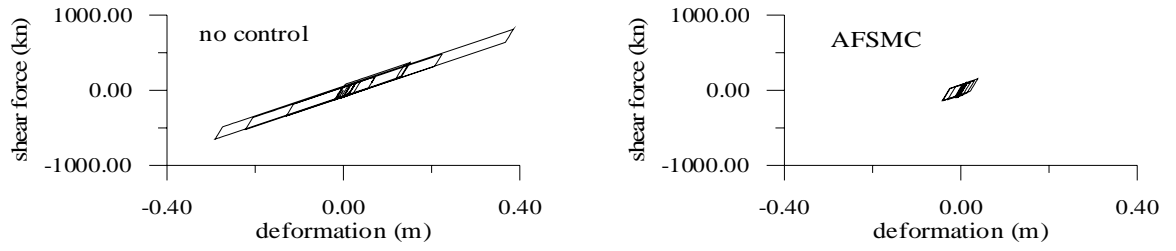


圖 3 裝置 LRB 支承橋梁無參數誤差時，LRB 剪力-變位關係圖

表 1 裝置 LRB 支承橋梁以 AFSMC 控制的反應與控制力最大值列表

	No delay and error		Time delay		Stiffness +40%		Stiffness -40%	
	No control	control	No control	control	No control	control	No control	control
$x_d$ (m)	3.85e-1	4.19e-2	3.85e-1	5.05e-2	3.82e-1	4.13e-2	3.76e-1	4.32e-2
$x_p$ (m)	3.52e-3	1.54e-3	3.52e-3	1.51e-3	2.32e-3	1.14e-3	5.61e-3	2.92e-3
$\ddot{x}_d$ (m/s <sup>2</sup> )	1.052	0.589	1.052	0.755	1.066	0.606	1.049	0.611
$F_p$ (kn)	1092	476	1092	467	1009	495	1043	543
$U_{\max}$ (kn)		771		782		771		771
$\sigma_v$ (kn)		225		283		221		231

